

# 散乱点的快速曲面重建方法

高山 卢汉清

(中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室, 北京 100080)

周万宁

(海军论证中心自动化研究所, 北京 100036)

**摘要** 空间散乱点的曲面重建有着广泛的应用前景,是当前国际上的研究热点之一。Crust算法是一种基于计算几何中的Voronoi周期图的曲面重建算法,它算法简单,重建结果精细,但是由于计算量太大,其应用受到了限制,为此提出了一种依据采样点的局部特征尺度对原始采样集进行不均匀降采样的方法,在保证采样集能够满足重建要求的前提下,使参与重建的表面点数大为降低,减少了重建算法的计算量,从而提高了重建的速度。这一方法还可以应用于网格简化,通过剔除某些顶点达到简化之目的。

**关键词** 曲面重建 算法 数字建模 不均匀采样

**中图分类号**: TP391 **文献标识码**: A **文章编号**: 1006-8961(2002)12-1329-05

## A Fast Algorithm for Surface Reconstruction from Unorganized Points

GAO Shan, LU Han-qing

(National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080)

ZHOU Wan-ning

(Institute of Automation, Navy Demonstration Center, Beijing 100036)

**Abstract** Surface reconstruction from unorganized points has numerous applications, and it is widely studied all over the world nowadays. Crust algorithm, which is based on Voronoi diagram and its dual Delaunay triangulation, can reconstruct the original surface from sufficiently dense sample point set. It is simple and direct in theory and its result is also very fine. However, the algorithm is restricted in the practical application because of its long running time. In practice, the sampling density required by Crust algorithm for successful reconstruction is varied in different area: dense in detailed areas and sparse in featureless ones. Based on this fact, a method for non-uniformly sampling the dense data set according to the local feature size is presented in this paper. With the guarantee that the remaining points are sufficient to reconstruction, the amount of points used in reconstruction is largely decreased, and then the speed of reconstruction is improved. The results show that the details are kept well in the reconstructed surface. However, since the points are sparse in featureless region, the triangles approximating the surface are comparatively large there. That makes reconstructed surface look very coarse. Gouraud shading can give an acceptable visual effect. The method of non-uniformly down sampling can also be used to decimate the vertices of mesh to realize mesh simplification.

**Keywords** Surface reconstruction, Algorithms, Building digital model, Non-uniform sampling

## 0 引言

随着激光测距扫描等三维数据获取硬件技术的

日趋完善,人们可以得到精度和密度都越来越高的物体表面三维数据,利用物体表面三维数据来建立真实物体数字模型也成为近年来国际图形学界的一种发展趋势,曲面重建作为这种建模方法的一个重

要研究课题也得到了广泛的探讨和研究,成为国际上的研究热点之一。

1992年 Hoppe 等人将散乱点曲面重建问题(Surface Reconstruction from Unorganized Points)概括为:输入未知曲面  $F$  的采样点坐标集(即本文中的空间散乱数据集),输出  $F$  的网格表达<sup>[1]</sup>。对于重建的曲面,评价它的标准则是:在拓扑上是否与  $F$  具有相同结构;表面上点的位置和曲面法向量的误差是否在允许的范围之内。其中,前者的重要性要高于后者。

最近十几年来,人们提出了很多曲面重建算法,总体来说,根据重建的曲面是否通过原始数据点,可以将这些算法划分为两类:一类算法的主要思想是近似,在此类算法中,1992年及1994年 Hoppe 提出的分片线性 and 分片光滑的曲面模型<sup>[1,2]</sup>最具代表性;另一类算法则与之完全不同,它的主要思想是基于计算几何中的 Voronoi 图和 Delaunay 三角剖分,通过计算找到数据点的拓扑连接(即三角形网格),此类算法的代表有 Edelsbrunner 和 Mucke 在1994年提出的基于凸壳的三维曲面重建算法( $\alpha$ -shape)<sup>[3]</sup>,以及1998年 Amenta 等人提出的 Crust 算法<sup>[4]</sup>。相对其他算法而言,Crust 算法思想直接、简单,尤其是与前一类算法相比,重建效果精细。但是,Crust 算法对数据的采样密度具有一定的要求,计算量太大。不过因为当前的硬件技术发展很快,人们已经可以得到密度和精度都很高的采样数据,而计算速度太慢才是它在实际应用上的主要障碍,就目前处理器的运算速度来看,Crust 算法在处理几十万点的数据时,效果不错,但是当点的数目达到十万以上时,它就难以胜任了。因此,除非能够提高它的运算速度,否则这种算法将不能在大型的数据中使用。

## 1 术语定义

为了便于后面的讨论,下面将对所用到的一些术语的定义进行简要介绍。

**定义 1**  $F$  是空间中的一个曲面,则它的中轴是由空间一些点组成的闭合集,对集合中每一个点,可以找到一个以之为球心的球, $F$  上有两个或两个以上的点与此球相切。

**定义 2**  $F$  上的任意一点  $p$  的局部特征尺寸  $LFS(p)$  是  $p$  点到中轴的最短欧氏距离。图 1 为一个空间曲面的剖示图,其中黑色粗线表示的是曲面,虚线表示的是其中轴。

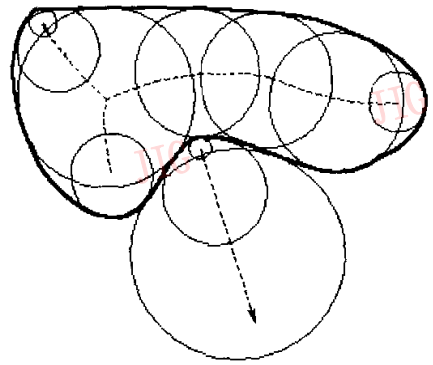


图 1

**定义 3**  $p$  为曲面  $F$  上任一点,如果它到离它最近的采样点的欧氏距离不大于  $r \cdot LFS(p)$ ,则采样为  $r$ -sample 采样。

当  $r \leq 0.5$  时,在曲面  $F$  的  $r$ -sample 采样集中任何以相邻点为顶点的三角形都可以找到一个外切球,其中不包含其他的采样点以及中轴,这些以相邻点为顶点的三角形构成的对曲面的近似被称为 Crust<sup>[5]</sup>。

## 2 算法

假设曲面光滑,同时采样密度完全能够满足正确重建。

在不考虑硬件计算速度的条件下,提高算法速度的唯一方法就是降低其时间复杂度。在 Crust 算法中,首先需要对输入数据点计算 Voronoi 周期图,接着还要对极点与采样点的并集计算 Delaunay 三角剖分,由于三维 Voronoi 周期图及 Delaunay 三角剖分时间复杂度均为  $O(n^2)$ ,而其他运算步骤的计算时间都是线性的,所以其运算量主要集中在这两步计算上,算法的时间复杂度大约为  $O(n^2) + O(9n^2)$ 。这样,降低算法本身的时间复杂度有两个途径,一个是找到新的高速三维 Voronoi 周期图或 Delaunay 三角剖分的算法,另一个就是减少参与运算的点的数目或运算的次数。Voronoi 周期图及 Delaunay 三角剖分自 1936 年被提出以来,得到了广泛的研究,要想进一步提高其算法效率比较困难,因此从后一思想出发,提出了一种提高重建速度的方法——通过对原始采样数据集进行不均匀采样来减少参与 Delaunay 三角剖分点的数目。

从保证 Crust 算法能够正确重建的条件来看,

其输入采样集密度的下限是随着物体表面的最小特征尺度而变化的;在表面细节丰富的地方,其最小特征尺度小,要求采样集密度较高;反之,在表面细节稀疏的地方,其最小特征尺度大,对采样密度要求较低。然而,数据采集时很难按照表面细节的疏密来改变采样的密度,因为数据采集设备无法了解所采样的部分的细节程度,如果由人来对之进行操作,一方面会使采集过程十分复杂,另一方面人对表面细节的评价也是靠估计完成的,所以效果不会太好。因此,为了使表面细节部位能够被正确重建,在采样时总是希望数据密度尽可能地高,这就造成在原始的采样数据中,表面细节稀疏的部位数据点仍然十分密集。这样,可以根据采样点的局部特征尺度以及算法要求的条件,对原始采样集做一次降采样,用新的数据集来进行重建。

### 2.1 采样点局部特征尺度的估计

Amenta 证明,对每一个采样点  $s$ , 它的 Voronoi 细胞中的点在曲面两边都有分布,并且每一边距  $s$  最远的点十分接近中轴,这两点分别被称为  $s$  的正负极点。若  $S$  为曲面  $F$  的一个  $r$ -sample, 当  $r \leq 0.5$  时,采样点  $s$  到其正负极点的距离近似它到中轴的距离<sup>[6]</sup>。根据局部特征尺度的定义,选择两者中较小的一个作为对  $s$  点局部特征尺度的估计。

### 2.2 不均匀降采样

实际上,曲面是未知的,而对于曲面的知识仅限于曲面的采样集。原始的采样集  $S$  被认为是一个  $r$ -sample, 希望在删除其中某些点之后得到的新数据集仍然满足  $r$ -sample 的条件。

若  $S$  为一个  $r$ -sample, 则曲面上任意点  $p$  到距其最近的采样点之间的距离  $d(s, p) \leq r \cdot LFS(p)$ , 由于采样点同时也是曲面上的点, 所以  $d(s_1, s) \leq r \cdot LFS(s)$ , 其中  $s_1$  为距离  $s$  最近的采样点。

如图 2 所示,  $s$  为  $S$  中任意一点,  $s_1$  为  $S$  中另一点,  $d(s, s_1) = r \cdot LFS(s)$ 。以  $s$  为球心, 以为  $r \cdot LFS(s)$  半径, 作球  $B_1$ ; 以  $s$  的极点  $v$  为球心, 以  $LFS(s)$  为半径, 作球  $B_2$ , 根据局部特征尺寸的定义,  $s_1$  在球  $B_2$  之外。过  $s$  作球  $B_2$  的切平面  $L$ , 由于曲面被假设为光滑的, 因此  $s_1$  与球  $B_2$  位于切面  $L$  的同一侧。曲面落入球  $B_1$  内的部分必然位于图 2 中阴影区域之内。

当  $r \leq 0.5$  时, 落在阴影区域内的曲面仅是物体表面一个小的局部, 在这样一个小局部内, 物体的厚薄对局部特征尺度的影响要远小于曲率的影响。也

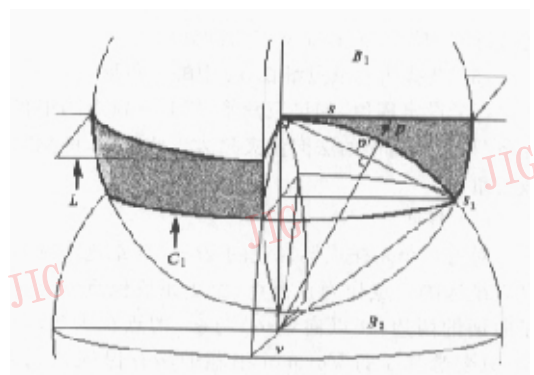


图 2

就是说, 对于落在阴影区域内一点  $s$ ,  $k_s$  越大则  $LFS(s)$  越小。若  $p$  为阴影部分内的曲面上任意一点,  $p'$  为直线  $pv$  与球  $B_1$  的交点, 易知  $k_p \leq k_{p'}$ , 所以有  $LFS(p) \geq LFS(p')$ 。这样, 对于阴影部分内的曲面上各点  $p$  都有:  $LFS(p) \geq LFS(s)$ 。

$$d(s, p) \leq d(s, s_1) \leq r \cdot LFS(s) \Rightarrow d(s, p) \leq r \cdot LFS(p)$$

由上述讨论可以得到降采样的原理: 当  $r \leq 0.5$  时, 假如采样集中有不止一个点到采样点  $s$  的距离小于  $r \cdot LFS(s)$ , 那么只保留其中距  $s$  最远的一点, 新的采样数据集仍然可被认为是曲面的  $r$ -sample。

### 2.3 算法实现

对整个算法过程描述如下:

输入: 空间散乱数据集  $S$ 。

输出: 以输入数据为顶点的三角形的集合。

(1) 计算  $S$  的 Voronoi 周期图;

(2) 选择  $S$  中各点的正负极点, 计算各点的  $LFS(s_i)$ ;

(3) 降采样:

初始化  $S$  中的各点为未标记;

for ( $i=0; i < n-1; i++$ )

if ( $s_i$  未被标记) {

$d_{max}=0; m=0;$

for ( $j=i; j < n; j++$ ) {

if ( $s_j$  未被标记) {

if ( $d(s_i, s_j) < r \cdot LFS(s_i)$ ) {

对  $s_j$  做标记;

if ( $d(s_i, s_j) > d_{max}$ ) {  $d_{max}=d(s_i, s_j); m=j$  }

}

}

去掉  $s_m$  的标记

}

选择  $S$  中未被标记的点得到新采样集  $S_N$ ;

(4) 将  $S_N$  中点的正负极点与  $S_N$  合并, 得到点

集  $U$ , 计算  $U$  的 Delaunay 三角剖分;

(5) 选择所有顶点都在  $S_N$  中的三角形;

(6) 设定阈值. 如果三角形  $T$  上一顶点的正极点  $p^+$  与该三角形的法向量夹角大于此阈值, 则剔除该三角形.

(7) 修剪.

对每一个采样点  $s$ , 在它的 Voronoi 细胞中寻找离它最远的一点作为正极点, 由于正负极点分别位于曲面的两边, 所以向量  $\vec{sp}^+$  与  $\vec{sp}^-$  的点积为负. 这样, 只要选择  $s$  的 Voronoi 细胞中所有保证其到  $s$  的向量与  $\vec{sp}^-$  向量的点积为负的点中, 距  $s$  最远的一个就能得到  $p^-$ . 从计算  $p^+$  与  $p^-$  的过程可以很容易地发现,  $d(s, p^+) < d(s, p^-)$ , 因此选择  $d(s, p^-)$  作为  $s$  的局部特征尺寸.

对采样集中的一点  $s$ , 找到所有与它的距离小于  $r \cdot LFS(s)$  的点, 再保留其中距  $s$  最远一点而

将其余点去掉, 这样就保证了新的采样集中, 所有的点都至少能找到另一个点, 满足两点之间的距离小于  $r \cdot LFS(s)$ .

### 3 实验与分析

实验中, 采用了两组三维激光扫描数据 Mannequin 及 Bunny, 其中 Mannequin 的原始数据点为 12 772 个, Bunny 的原始数据共有 35 947 个. 算法中的 Voronoi 周期图计算部分采用 Qhull<sup>[7]</sup> 完成. 图 3 及图 4 中, (c) 为对降采样后的数据重建结果, (d) 为本文重建的曲面的平滑绘制结果, (e) 为直接对原始数据重建的结果. 这里降采样采用的参数  $r=0.5$ , 可以看到, 重建的曲面能正确地表达原始模型, 并且在细节部位所使用的三角面片细小, 而在平坦的部位使用的三角形面片较大.



图 3 Mannequin 图象重建

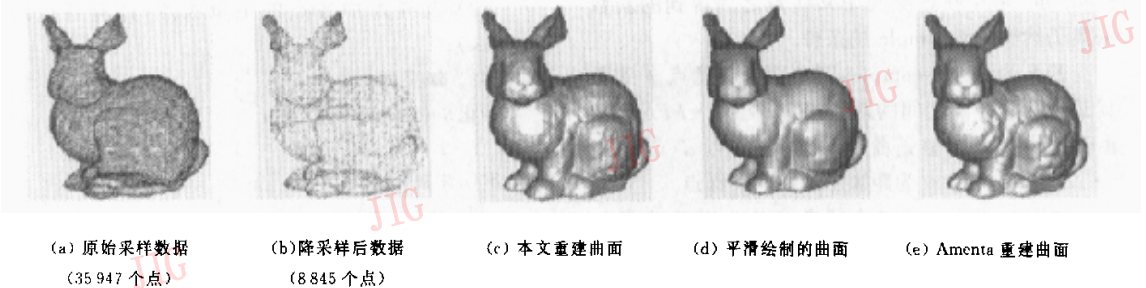


图 4 Bunny 图象重建

对于不同的数据, 降采样后的新数据集与原始数据集相比, 数据量减少的程度是不同的. 这要依原始数据的密集程度而定, 采样越是密集, 数据量也就减少得越多. 在 Mannequin 图象中, 新的数据集约为原始数据集的 1/3, 而在 Bunny 图象中, 新数据集约为原始数据集的 1/4.

Crust 算法的运算主要集中在一次 Voronoi 周期图及一次 Delaunay 三角化上, 因此它的复杂性约为  $O(9n^2) + O(n^2)$ .

在本文算法中, 运算时间主要集中在以下 3 个步骤: 计算原始数据点的 Voronoi 周期图、降采样、对新数据集的 Delaunay 三角化. 其中, 降采样的主

要操作是计算两点之间距离,进行的总次数小于  $(n-1) \times n_{new}$ ,可以将这部分计算的时间复杂度看作  $O(n^2)$ ,这样总的时间复杂性约为

$$O(n^2) + O(n^2) + O(9n_{new}^2)$$

与直接应用 Crust 算法相比,降低了约  $O(9n^2) - O(n^2) = O(9n_{new}^2)$ . 在例子 Bunny 中  $n_{new} \approx n/4$ , Mannequin 中  $n_{new} \approx n/3$ ,这两例中运算量都被降低了一半以上.

### 5 结 论

通过在重建之前对密集数据集进行一次不均匀降采样,可以在满足采样条件的前提下,使数据量得到很大的降低,从而提高了重建的速度.从两组实验结果可以看到,用这一方法重建的曲面具有正确的拓扑结构,并且保持了大部分的细节信息,虽然在细节不丰富的区域,用于近似曲面的三角形面片比较大,而导致了整个模型看上去有些粗糙,但是通过采用三角形面片的平滑绘制法却可以得到令人满意的视觉效果.另外,本文中采用的不均匀降采样方法还可以应用于网格顶点的剔除,达到简化之目的.

#### 参 考 文 献

- 1 Hoppe H. Surface reconstruction from unorganized points[D]. Washington: Computer Science and Engineering, University of Washington, 1994.
- 2 Hoppe H, DeRose T, Duchamp T et al. Surface reconstruction from unorganized points[A]. In: Proceeding of SIGGRAPH'92 [C], Chicago: ACM press, 1992:71~78.
- 3 Edelsbrunner H, Mücke E P. Three-Dimensional alpha shapes [J]. ACM Transactions on Graphics, 1994, 13(1):43~72.

- 4 Amenta N, Bern M, Kamvysselis M. A new voronoi-based surface reconstruction algorithm [A]. In: Proceeding of SIGGRAPH'98[C], Orlando: ACM press, 1998:415~420.
- 5 Amenta N, Bern M, Eppstein D. The crust and the  $\beta$ -skeleton: Combinatorial curve reconstruction [J]. Graphical Models and Image Processing, 1998, 60(2):125~135.
- 6 Amenta N, Bern M. Surface reconstruction by voronoi filtering [J]. Discrete and Computational Geometry, 1999, 22(4):481~504.
- 7 Barber C B, Huhdanpaa H T. Manual for Qhull and rbox[CP]. [http://www. geom. umn. edu/locate/qhull/manual](http://www.geom.umn.edu/locate/qhull/manual), 2001-05-10.



高山 1974年生,中科院自动化所模式识别实验室博士生.研究方向为计算机视觉,主要进行三维物体建模、简化方面的工作.



卢汉清 1961年生,中科院自动化所模式识别实验室研究员.主要研究方向为图象处理与理解、图象分析及其应用、多媒体技术及信息系统.



周万宁 1973年生,工学硕士,现为海军装备论证中心自动化所工程师.主要从事数据结构与算法研究及程序设计方面的工作.